G.S Louis Le Grand
Rabat Hassan

G.S Louis Le Grand
Rabat Agdal

G.S Louis Le Grand
Fès

الامتحـــان الموحـــد لنـــهايـــة الـــدورة الأولـــى
Examen normalisé de la fin du 1er semestre

Matière	MATHS	الرياضيات	المادة
Coefficient	4		المعامل
Année scolaire	2014 - 2015		السنة الدراسية
Niveau scolaire	2BAC ECO	السنة الثانية علوم اقتصاد	المستوى
Durée	2 HEURES	ساعتـــان	المدة الزمنية

التمرين الأول

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة ب : $\begin{cases} u_0 = \frac{2}{3} \\ (\forall n\in\mathbb{N})\left(u_{n+1} = \frac{3u_n+2}{2u_n+3}\right) \end{cases}$. نضع : $(\forall n\in\mathbb{N})\left(v_n = \frac{u_n-1}{u_n+1}\right)$.

1) بين بالترجع أن : $(\forall n\in\mathbb{N})(u_n > 0)$. — 0.5
2) بين بالترجع أن : $(\forall n\in\mathbb{N})(u_n < 1)$. — 0.5
3) أدرس رتابة المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$. — 0.5
4) استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة . — 0.5
5) بين أن المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ هندسية محددا أساسها و حدها الأول. — 1
6) أكتب v_n ثم u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ — 1

التمرين الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على $[0;+\infty[$ بما يلي : $f(x) = 2\sqrt{x+1} - x$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. — 0.5
2) بين أن الدالة f متصلة على المجال $[0;+\infty[$. — 0.5
3) أ) بين أن $\left(f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}\right)$ $(\forall x\in[0;+\infty[)$. — 1
ب) استنتج تغيرات الدالة f على $[0;+\infty[$. — 0.5
4) أ) بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J يجب تحديده. — 1
ب) تحقق من أن $\left(f(x) = 2-(\sqrt{x+1}-1)^2\right)$ $(\forall x\in[0;+\infty[)$. — 1
ت) حدد $f^{-1}(x)$ لكل x من J. — 1

التمرين الثالث

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي $f(x)=\frac{x^2-1}{\sqrt{x^2+1}}$ و (C) منحناها في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) تحقق من أن f دالة زوجية و استنتج أنه يكفي دراستها على $\mathbb{R}^+$. — 1

2) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. — 1

3) أحسب $f'(x)$ ثم ادرس تغيرات f على $\mathbb{R}^+$. — 1.5

4) أ) بين أن $\left(\forall x\in\mathbb{R}^+\right)$ $\left(f(x)-x=\frac{-2}{\sqrt{x^2+1}}+\frac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}\right)$: — 1

ب) استنتج أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y=x$ مقارب للمنحنى (C). — 1

ت) بين أن $\left(\forall x\in\mathbb{R}^+\right)$ $\left(f(x)-x<0\right)$ و استنتج وضع المنحنى (C) و المستقيم (D). — 1

5) ارسم المنحنى (C) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (نقبل أن النقطة $I(1,0)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C) و انشئ المماس للمنحنى (C) في I). — 1

6) ليكن g قصور الدالة f على المجال $\mathbb{R}^+$.

أ) بين أن g تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J يجب تحديده. — 1

ب) أنشئ المنحنى (Cg^{-1}) في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$. — 1

ت) أحسب $\left(g^{-1}\right)'(0)$. — 1